Екзаменул уник де стат ла МАТЕМАТИКЭ

Варианта демонстративэ материалелор де апречиере а куноштинцелор пентру реализаря ын анул 2027 екзаменулуй уник де стат ла МАТЕМАТИКЭ

Експликаций ла варианта демонстративэ а материалелор де апречиере пентру ЕУС ла математикэ а анулуй 2027

Варианта демонстративэ есте дестинатэ пентру а да о ынкипуире деспре структура виитоарелор материале де апречиере, деспре нумэрул де ынсэрчинэрь, деспре форма лор ши нивелул де комплекситате.

Ынсэрчинэрилеварианteй демонстративе ну рефлектэ тоате ынтребэриле концинутулуй, каре пот фи инклусе ын материалеле де апречиере ын анул 2027. Структура лукрэрий есте датэ ын спечификацие, яр листа ынтребэрилор – ын кодификаторий елементелор концинутулуй ши черинцелор кэтре нивелул прегэтирей а абсолвенцилор организациилор де ынвэцэмынт пентру а реализа екзаменул уник де стат ын анул 2027 ла математикэ.

Лукраря де екзаминаре есте форматэ дин доуэ пэрць, каре диферэ дупэ концинут, комплекситате ши нумэрул де ынсэрчинэрь. Критериул стабилит фиекэрей пэрць а лукрэрий есте форма ынсэрчинэрилор:

- партя 1 концине 12 ынсэрчинэрь (ынсэрчинэриле 1–12) ку рэспунс скурт;
- партя 2 концине 4 ынсэрчинэрь (ынсэрчинэриле 13–16) ку рэспунс скурт ши чинч ынсэрчинэрь (ынсэрчинэриле 17–21) ку рэспунс десфэшурат.

Дупэ нивелул де комплекситате ынсэрчинэриле се репартизязэ ын фелул урмэтор: ынсэрчинэриле 1–12 ау нивел де базэ, ынсэрчинэриле 13–20 – нивел ридикат, ынсэрчинаря 21 се референ ла нивелул ыналт де комплекситате.

ЫнсэрчинаряКУ рэспунс скурт (1-16) се сокоате ындеплинитэ, дакэ ын формуларул ку рэспунсурь №1 есте фиксат рэспунсул корект ын формэ де нумэр ынтрег сау фракцие зечималэ финитэ.

Резолваря коректэ а фиекэрей дин ынсэрчинэриле 1-16 есте естиматэ ку ун пункт.

Резолваря коректэ фиекэрей дин ынсэрчинэриле 17 - 19 есте естиматэ ку - 2 пункте; ынсэрчинаря 20 — 3 пункте ши ынсэрчинаря 21 —4 пункте. Пунктажул максимал примар пентру ындеплиниря лукрэрий — 29 пункте.

Критерииле презентате де евалуаре пермит сэ ынцележецъ черинцеле привинд деплинэтатя ши корективитудиня резолвэрилор. Пентру фиекаре ынсэрчинаре ку рэспунс десфэшурат, инклусэ ын варианта демонстративэ, се пропуне о резолваре дин челе посибиле.

Варианта демонстративэ а материалелор де апречиере, системул де евалуаре, спечификация ши кодификаторий вор ажута сэ елабораць стратежия де прегэтире кэтре ЕУС ла математикэ.

Инструкциунь ла ындеплиниря лукрэрий

Лукраря де екзаминаре есте алкэтуитэ дин доуэ пэрць, инклузынд ын сине 21 де ынсэрчинэрь.

Партя 1 концине 12 ынсэрчинэрь ла нивел де базэ де комплекситате ку рэспунс скурт.

Партя 2 концине 4 ынсэрчинэрь ла нивел ридикат де комплекситате ку рэспунс скурт ши 5 ынсэрчинэрь ла нивел ридикат ши ыналт де комплекситате ку рэспунс десфэшурат.

Пентру ындеплиниря лукрэрий де екзаминаре ла математикэ се атрибуе 3 оре 55 минуте (235 минуте).

Рэспунсуриле ла ынсэрчинэриле 1–16 се скриу ын формэ де нумэр ынтрег сау фракцие зечималэ финитэ.

Нумереле ле скриець ын кымпуриле рэспунсурилор ын текстул лукрэрий, яр апой ле трансфераць ын формуларул ку рэспунсурь № 1.

Рэспунс: *– 0,8* .



Ындеплинынд ынсэрчинэриле 17–21 се чере де скрис резолваря комплетэ ши рэспунсул ын формуларул ку рэспунсурь № 2.

Тоате формулареле пентру ЕУС се ындеплинеск ку чернялэ нягрэ апринсэ. Се permite фолосиря пиксурилор капиларе, ку жел сау ку пеницэ.

Ла ындеплиниря ынсэрчинэрилор се поате фолоси макулаторул. Ынскриериле ын макулатор ну се яу ын консидерацие ла апречиеря лукрэрий.

Пунктеле, акумулате де кэтре Думнявоастрэ пентру ынсэрчинэриле ындеплините, се сумязэ. Стэруици-вэ сэ ындеплиниць кыт май мулте ынсэрчинэрь ши сэ акумулаць кыт май мулте пункте.

Вэ дорим сукчес!

Рэспунсул ла ынсэрчинэриле 1–16 есте нумэр ынтрег сау фракцие зечималэ финитэ. Рэспунсул скриець ын ФОРМУЛАРУЛ КУ РЭСПУНСУРЬ № 1 ын партя дряптэ де ла нумэрул ынсэрчинэрий ындеплините, ынчепынд ку примул пэтрэцел. Фиекаре чифрэ, семн минус ши виргулэ скриець ын пэтрэцел апарте ын кореспундере ку моделеле арэтате ын формулар. Унитэциле де мэсурэ ну есте нечесар де скрис.

Партя 1

1. Чеде май симпле проблеме.

Ла бензинэрие клиентул а дат касиерулуй 1000 де рубле ши а черут сэ тоарне бензинэ пынэ се ва умпля резерворул. Прецул бензиней есте 30 руб. 20 коп. пентру ун литру. Рест клиентул а примит 63 руб. 80 коп. Кыць литри де бензинэ ау фост турнаць ын резервор?

Резолваре.

Деоарече рестул алкэтуеште 63 руб. 80 коп., пентру бензинэ с-ау келтуит 936 руб. 20 коп. Ымпэрцим 936,2 ла 30,2

$$\frac{936,2}{30,2}=\frac{9362}{302}=31.$$

Аша дар, ын резервуар ау фост турнате 31 литри де бензинэ.
Рэспунс: 31

Пентру а прегэти маринада пентру кастравець ла 1 литру де апэ есте нечесар 10 г де ачид читрик. Ачидул читрик се винде ын пликулеце кыте 15 г. Кыте чел пуцин пликулеце требуе сэ кумпере господина пентру а прегэти 8 литри де маринадэ?

Резолваре.

Пентру а прегэти 8 литри де маринадэ есте нечесар $10 \cdot 8 = 80$ г де ачид читрик. ЫмпэрцIм 80 ла 15:

$$\frac{80}{15} = \frac{16}{3} = \frac{15+1}{3} = 5 + \frac{1}{3} = 5\frac{1}{3}.$$

Ынсямнэ, кэ требуе кумпэрате 6 пликулеце.
Рэспунс: 6.

2. Проблеме ла проченте.

Клиентул а луат де ла банкэ кредит 12 000 де рубле пе ун ан ку 16% ануал. Ел требуе сэ аките кредитул, контрибуинд ла банкэ ын фиекаре лунэ ачеяш сумэ де бань, пентру ка песте ун ан сэ плэтяскэ тоатэ сума, луатэ ын кредит, ымпреунэ ку прочентеле. Кыте рубле ел требуе сэ плэтяскэ бэнчий ын фиекаре лунэ?

Резолваре.

Дупэ ун ан клиентул ва требуи сэ плэтяскэ $12\,000 + 0{,}16 \cdot 12\,000 = 13\,920$ рубле. ЫмпэрцIм 13 920 руб. ла 12 лунь:

$$\frac{13\,920}{12} = 1160 \text{ руб/лунэ.}$$

Ынсямнэ кэ, клиентул требуе сэ плэтяскэ лунар ла банкэ 1160 рубле.
Рэспунс: 1160.

сау

Импозитул пе венит алкэтуеште 13% дин салариу. Дупэ рецинеря импозитулуй пе венит Мария Константиновна а примит 9 570 рубле. Кыте рубле алкэтуеште салариул Марией Константиновна?

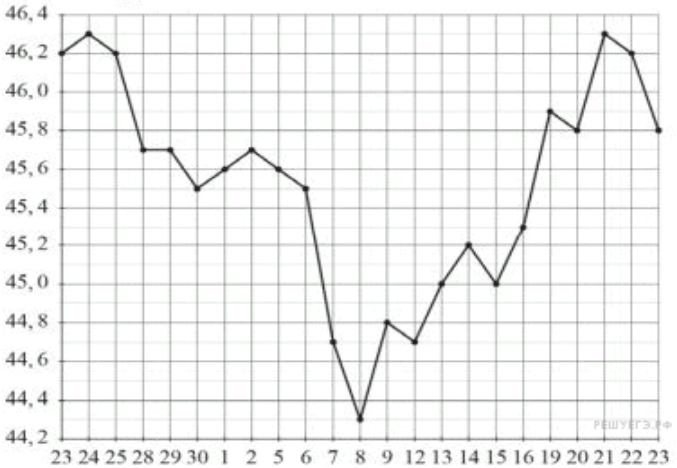
Резолваре.

Фие салариул луй Мария Константиновна алкэтуеште x рубле. Атунч
$x - 0{,}13x = 9570 \Leftrightarrow 0{,}87x = 9570 \Leftrightarrow x = 9570 : 0{,}87 \Leftrightarrow x = 11\,000.$

Ынсямнэ кэ, салариул луй Мария Константиновна алкэтуеште 11 000 рубле.
Рэспунс: 11 000.

3. Читиря графичелор шы диаграмелор.

Пе десен ку пункте фиксате се аратэ курсул де скимб ал юанулуй кинезеск, стабилит де Банка Централэ а Федерацией Русе пентру тоате зилеле лукрэтоаре де пе 23 септембрие пынэ



пе 23 октомбрие анул 2010. Пе оризонталэ се индикэ дата, пе вертикалэ – прецул юанулуй кинезеск ын рубле. Пентру кларитате пунктеле фиксате сынт уните ку о линие. Детерминаць дупэ десен чел май мик курс де скимб а юанулуй кинезеск ын периоада датэ. Рэспунсул ыл даць ын рубле.

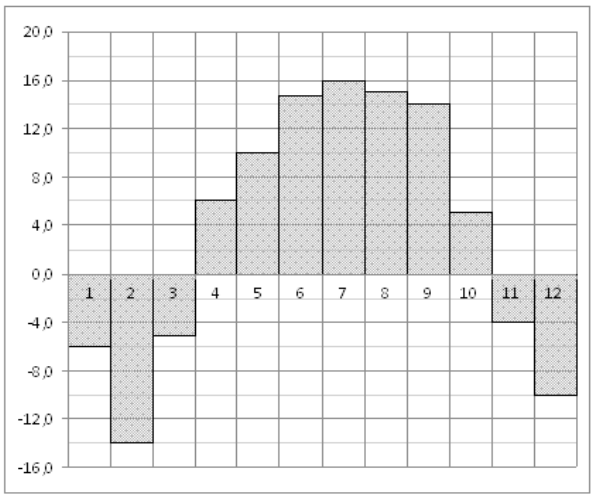
Резолваре.

Дин десен се веде, кэ чел май мик курс а юанулуй кинезеск а фост стабилит пе дата де 8 октомбрие ши алкэтуя 44,3.

Рэспунс: 44,3

сау

Пе диаграмэ се аратэ температура медие лунарэ ла Нижний Новгород (Горький) пентру фиекаре лунэ а анулуй 1994. Пе оризонталэ се индикэ луниле, пе вертикалэ – температура ын граде Челсиус. Детерминаць дупэ диаграмэ, кыте лунь ау фост, кынд температура медие лунарэ депэшя 4 граде Челсиус.



Резолваре.

Дин диаграмэ се веде кэ ау фост 7 лунь кынд температура медиа лунарэ а депэшит 4 граде Челсиус.

Рэспунс: 7.

4. Лукрул ку формулеле.

Теорема косинусурилор поате фи скрисэ ын форма $\cos\gamma = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$, унде *a*, *b* ши *c* — латуриле триунгюлуй, яр γ — унгюл динтре латуриле *a* ши *b*. Фолосинд формула датэ, гэсиць валоаря cos γ , дакэ *a* =5, *b* =8 ши *c* =7.

Резолваре.

Ынлокуим валориле мэримилор дате *a, b, c* ын формулэ: $\cos\gamma = \frac{a^2+b^2+c^2}{2ab}$.

Обцинем:

$$\cos\gamma = \frac{5^2+8^2-7^2}{2\cdot 5\cdot 8} = \frac{25+64-49}{80} = \frac{40}{80} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Рэспунс: 0,5

сау

Медия жеометрикэ а трей нумере *a, b* ши *c* се калкулязэ дупэ формула $\dot{g} = \sqrt[3]{abc}$. Калкулаць медия жеометрикэ а нумерелор 12, 18, 27.

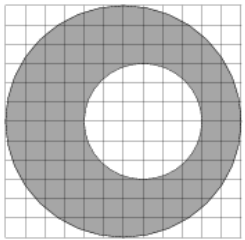
Резолваре.

Ынлокуим валориле ын формулэ ши калкулэм:

$$g = \sqrt[3]{12\cdot 18\cdot 27} = \sqrt[3]{4\cdot 3\cdot 2\cdot 9\cdot 9\cdot 3} = \sqrt[3]{2^3\cdot 3^6} = 2\cdot 3^2 = 18.$$

Рэспунс: 18.

5. Рецяуа патратэ, планул де координате.



Пе о фоае ын пэтрэцеле сынт дате доуэ черкурь. Ария черкулуй интериор есте егалэ ку 1. Афлаць ария фигурий хашурате.

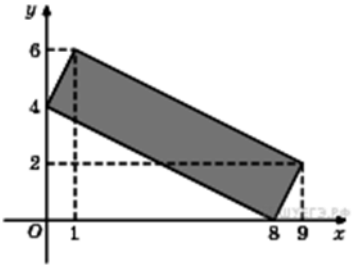
Резолваре.

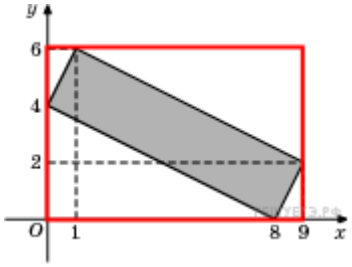
Ария черкурилор се рапотэ ка патратул разелор лор. Раза черкулуй екстериор есте егалэ ку 6, раза черкулуй интериор есте егалэ ку 3. Деоарече раза черкулуй екстериор есте де доуэ орь май маре декыт раза черкулуй интериор, атунч ария черкулуй екстериор есте де патру орь май маре декыт раза черкулуй интериор. Прин урмаре, есте егалэ ку 4. Ария фигурий хашурате есте егалэ ку диференца ариилор черкурилор: $4 - 1 = 3$.

Рэспунс: 3.

сау

Гэсиць ария патрулатерулуй, вырфуриле кэруй ау координателе (8; 0), (9; 2), (1; 6), (0; 4).





Резолваре.

Ария патрулатерулуй есте егалэ ку диференца динтре ария дрептунгюлуй ши ария а патру триунгюрь дрептунгиче. Прин урмаре

$$S = 6 \cdot 9 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 20 \text{ чм}^2.$$

Рэспунс: 20

6. Елементе але теорией пробабилитэцилор.

Конференца штиинцификэ се петрече 5 зиле. Де тот с-ау планификат 75 де рапоарте – примеле трей зиле кыте 17 рапоарте, челелалте ау фост репартизате егал ынтре зиуа а патра ши а чинчя. Ординя рапоартелор се детерминэ прин тражере ла сорць. Каре есте пробабилитатя, кэ рапортул професорулуй М. ва фи плэнуит ын ултима зи а конференцей?

Резолваре.

Ын примеле трей зиле вор фи читите 51 де рапоарте, ын ултимеле доуэ зиле се планификэ 24 де рапоарте. Деачея ын ултима зи сынт планификате 12 рапоарте. Ынсямнэ кэ пробабилитатя ка рапортул професорулуй М. сэ фие планификат ын ултима зи а конференцей есте егалэ ку $\frac{12}{75} = 0{,}16$

Рэспунс: 0,16.

сау

Ынаинте де ынчеперя мечулуй де фотбал арбитрул арункэ о монедэ, пентру а стабили, каре дин екипе прима ва ынчепе жокул ку минжя. Екипа «Физик» жоакэ трей мечурь ку диферите екипе. Афлаць пробабилитатя, кэ ын ачесте жокурь «Физик» ва ынчепе жокул ку минжя фикс де доуэ орь.

Резолваре.

Нотэм ку «1» партя а монедей каре рэспунде де кыштигул екипей «Физик», чеялалтэ парте — ку «0». Атунч комбинациile фаворабиле сынт трей: 110, 101, 011, яр ын тотал комбинаций $2^3 = 8$. Астфел, пробабилитатя кэутатэ есте егалэ ку:

$\frac{3}{8}=0,375.$

Рэспунс: 0,375.

7. Екуаций симпле.

Гэсиць рэдэчина екуацией: $x=\frac{6x-15}{x-2}$. Дакэ екуация аре май мулт де о рэдэчинэ, ын рэспунс индикаць чя май маре динтре еле.

Резолваре.

Домениул валорилор admисибиле: $x-2\neq 0\Leftrightarrow x\neq 2$. Пентру $x\neq 2$ ынмулцим ла нумитор:

$$x=\frac{6x-15}{x-2}\Leftrightarrow x(x-2)=6x-15\Leftrightarrow x^2-8x+15=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5;\\x=3.\end{array}\right.$$

Амбеле рэдэчинь се афлэ ын домениул admисибил де валорь. Чя май маре есте егалэ ку 5.

Рэспунс: 5.

сау

Гэсиць рэдэчина екуацией: $\sqrt{-72-17x}=-x$. Дакэ екуация аре май мулт де о рэдэчинэ, ын рэспунс индикаць чя май микэ динтре еле.

Резолваре.

Ридикэм ла патрат:

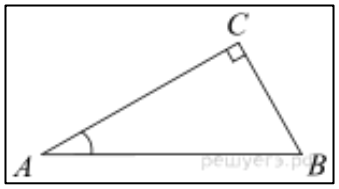
$$\sqrt{-72-17x}=-x\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}-72-17x=x^2,\\-x\geq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x^2+17x+72=0,\\x\leq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=-9,\\x=-8,\end{array}\right.\\x\leq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-9,\\x=-8.\end{array}\right.$$

Рэспунс: − 9.

8. Планиметрия : проблеме, легате ку унгюриле.

Ын триунюл *ABC* унгюл *C* есте егал ку 90°,

$\cos A=\frac{\sqrt{5}}{5}$, *BC* = 5. Афлаць *AC*.



Резолваре.

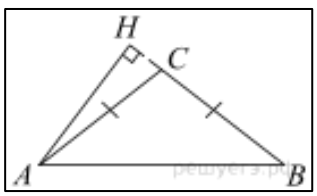
Авем:

$$AC=\frac{BC}{\operatorname{tg}A}=\frac{BC\cos A}{\sin A}=\frac{BC\cos A}{\sqrt{1-\cos^2 A}}=\frac{5\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{1-\frac{5}{25}}}=5\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}\cdot\frac{5}{2\sqrt{5}}=2,5.$$

Рэспунс: 2,5.

сау

Ын триунгюл *ABC* *AC* = *BC*, *AB* = 10, ынэлцимя *AH* есте егалэ ку 3. Афлаць синусул унгюлуй *BAC*.



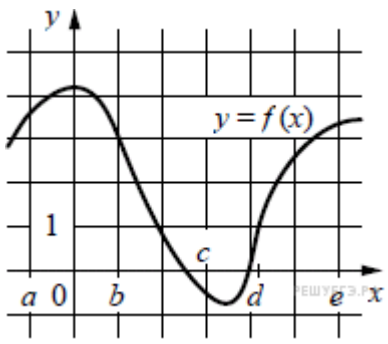
Резолваре.

Триунгюл *ABC* исосчел, чея че ынсямнэ кэ, унгюриле *BAC* ши *ABH* сынт егале ка унгюрь де ла база луй.

$$\sin\angle BAC=\sin\angle ABH=\frac{AH}{AB}=\frac{3}{10}=0,3.$$

Рэспунс: 0,3.

9. Анализа графичелор ши диаграмелор.



Пе десен есте дат графикул функцией $y = f(x)$. Нумереле a, b, c, d ши e детерминэ пе акса x патру интервале. Фолосинд графикул, пунець ын кореспонденцэ фиекэруй интервал характеристика функцией сау дериватей ей.

ВАЛОРИЛЕ ФУНКЦИЕЙ САУ ДЕРИВАТЕЙ.

1) деривата есте негативэ пе тот интервалул
2) деривата есте позитивэ ла ынчепутул интервалулуй ши негативэ ла сфыршитул интервалулуй
3) функция есте негативэ ла ынчепутул интервалулуй ши позитивэ ла сфыршитул интервалулуй
4) деривата есте позитивэ пе тот интервалул

ИНТЕРВАЛЕ
А) (a; b)
Б) (b; c)
В) (c; d)
Г) (d; e)

Скриець ын рэспунс чифреле, аранжынду-ле ын ординя, литерелор кореспунзэтоаре

А	Б	В	Г

Експликаций.

Дакэ функция креште, атунч деривата есте позитивэ ши инверс.

Пе интервалул (a;b) деривата есте позитивэ ла ынчепутул интервалулуй ши негативэ ла сфыршитул луй, пентру кэ функция ла ынчепут креште, яр апой дескреште.

Пе интервалул (b;c) деривата есте негативэ, пентру кэ функция дескреште.

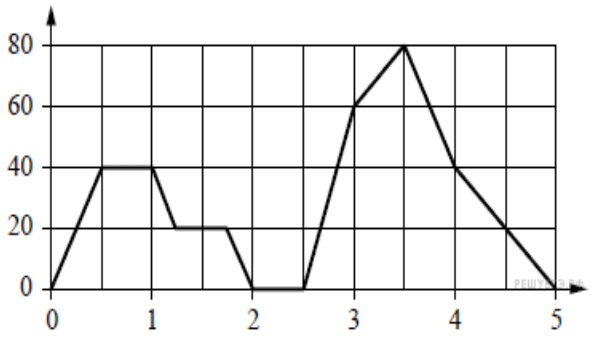
Пе интервалул (c;d) функция есте негативэ ла ынчепутул интервалулуй ши позитивэ ла сфыршитул луй.

Пе интервалул (d;e) деривата есте позитивэ, пентру кэ функция креште.

Астфел, общинем кореспонденца А — 2, Б — 1, В — 3 ши Г — 4.

Рэспунс: 2134.

сау



Пе график се аратэ депенденца витезий аутомобилулуй ын друмул динтре доуэ ораше де тимп. Пе акса вертикалэ се дэ витеза ын км/орэ, пе оризонталэ — тимпул ын оре, трекут де ла ынчепутул мишкэрий аутомобилулуй. Фолосинд графикул, пунець ын кореспонденцэ фиекэруй интервал де тимп характеристика мишкэрий аутомобилулуй пе ачест интервал.

ИНТЕРВАЛЕ ДЕ ТИМП	**КАРАКТЕРИСТИКА МИШКЭРИЙ**
А) а доуа орэ де друм	**1)) аутомобилул ну а луат витезэ**

Б) а трея орэ де друм
В) а патра орэ де друм
Г) а чинчя орэ де друм

ши карева тимп а паркурс ку витезэ константэ
2) витеза аутомобилулуй мереу кэдя
3) аутомобилул а фэкут о оприре
4) витеза аутомобилулуй а атинс пунктул максим пентру тот тимпул мишкэрий

Скриець ын рэспунс чифреле, аранжынду-ле ын ординя, литерелор кореспунзэтоаре:

А	Б	В	Г

Експликаций.

Пе паркурсул челей де-а доуа орэ де друм, аутомобилул ну с-а акчелерат ши ун оарекаре тимп а мерс ку о витезэ константэ.

Пе паркурсул челей де-а трея орэ де друм, аутомобилул с-а оприт, яр апой шь-а континуат.

Пе паркурсул челей де-а патра орэ де друм аутомобилул а атинс витеза максимэ.

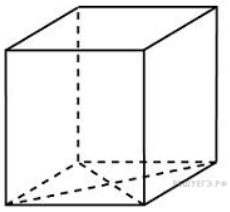
Пе паркурсул челей де-а чинчя орэ де друм витеза аутомобилулуй скэдя.

Астфел, общинем кореспонденца: А — 1, Б — 3, В — 4 ши Г — 2.

Рэспунс: 1342.

10. Стереометрия.

Ын база призмей дрепте се афлэ ун ромб ку диагоналеле егале ку 6 ши 8. Ария супрафеций ей есте егалэ ку 248. Афлаць мукия латералэ а ачестей призме.



Резолваре.

Латура ромбулуй a се експримэ прин диагоналеле луй d_1 ши d_2 прин $a=\frac{1}{2}\sqrt{d_1^2+d_2^2}=5$. Ария ромбулуй $S_P=\frac{1}{2}d_1d_2=24$.

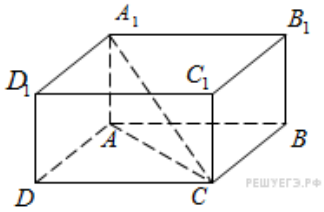
Атунч мукия латералэ о вом експрима дин експресия пентру ария супрафецей :

$$S=2S_{\text{ромба}}+4aH \Leftrightarrow H=\frac{S-2S_{\text{ромба}}}{4a}=\frac{248-48}{20}=10.$$

Рэспунс: 10.

сау

Ын паралелепипедул дрептунгик $ABCDA_1B_1C_1D_1$ се куноаште, кэ $DD_1=1$, $CD=2$, $AD=2$ Афлаць лунжимя диагоналей CA_1



Резолваре.

Афлэм диагонала AC а дрептунгюлуй $ABCD$. Дупэ теорема луй Питагора $AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{8}$.

Черчетэм триунгюл дрептунгик A_1AC. Дупэ теорема луй Питагора

$$CA_1=\sqrt{CA^2+AA_1{}^2}=\sqrt{8+1}=3.$$

Рэспунс: 3.

11. Алежеря версиуней оптимале

Пентру транспортаря а 45 тоне де ынкэркэтурэ ла 1300 км се поате де фолосит де сервичииле унея дин челе трей фирме де транспортаре. Костул транспортэрий ши капачитатя де ридикаре а аутомобилелор пентру фиекаре транспортатор сынт индикате ын табел. Кыте рубле ва требуи де плэтит пентру чя май ефтинэ транспортаре?

Транспортаторул	**Костул транспортэрий ку ун аутомобил (руб. ла 100 км)**	**Капачитатя де ридикаре а аутомобилелор (тоне)**
А	3200	3,5
Б	4100	5
В	9500	12

Резолваре.

Прекэутэм тоате версиуниле.

Пентру транспортаря а 45 тоне де марфэ транспортаторул А ва авя невое де 13 аутомобиле. Костул транспортулуй ку фиекаре дин еле ва фи 41 600 руб. Костул тотал ал транспортулуй 540 800 руб.

Пентру транспортаря а 45 тоне де марфэ транспортаторул Б ва авя невое де 9 аутомобиле. Костул транспортулуй ку фиекаре дин еле ва фи 53 300 руб. Костул тотал ал транспортулуй 479 700 руб.

Пентру транспортаря а 45 тоне де марфэ транспортаторул В ва авя невое де 4 аутомобиле. Костул транспортулуй ку фиекаре дин еле ва фи 123 500 руб. Костул тотал ал транспортулуй 494 000 руб.

Костул челей май ефтине транспортэрь ва фи 479 700 руб.

Рэспунс: 479 700.

сау

Ын табел сынт дате прецуриле медий (ын рубле) пентру унеле продусе алиментаре принчипале ын трей ораше але Русией (дупэ дате ла ынчепутул анулуй 2010).

Денумиря продусулуй	**Тверь**	**Липецк**	**Барнаул**
Пыне (батон)	11	12	14
Лапте (1 литру)	26	23	25
Картофь (1 кг)	9	13	16
Кашкавал (1 кг)	240	215	260
Карне (де витэ) (1 кг)	260	280	300
Улей де флоаря соарелуй (1 литру)	38	44	50

Детерминаць, ын каре динтре ачесте ораше ва фи чел май ефтин урмэторул сет де продусе: 2 батоане, 3 кг де картофь, 1,5 кг де карне де витэ, 1 л де улей де флоаря соарелуй. Ын рэспунс скриець прецул ачестуй сет де продусе ын ачест ораш (ын рубле).

Ла Тверь, костул пентру 2 батоане, 3 кг де картофь, 1,5 кг де карне де витэ ши 1 л де улей де флоаря-соарелуй ва фи:

$11 \times 2 + 9 \times 3 + 1{,}5 \times 260 + 1 \times 38 = 477$ рубле.

Ла Липецк, костул пентру 2 батоане, 3 кг де картофь, 1,5 кг де карне де витэ ши 1 л де улей де флоаря-соарелуй ва фи:

$12 \times 2 + 13 \times 3 + 1{,}5 \times 280 + 1 \times 44 = 527$ рубле.

Ла Барнаул, костул пентру 2 батоане, 3 кг де картофь, 1,5 кг де карне де витэ ши 1 л де улей де флоаря-соарелуй ва фи:

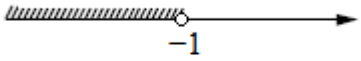
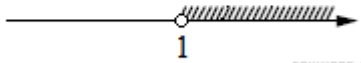
$14 \times 2 + 16 \times 3 + 1{,}5 \times 300 + 1 \times 50 = 576$ рубле.

Чел май ефтин сет де продусе поате фи кумпэрат ла Тверь, ла прецул де 477 рубле.

Рэспунс: 477

12. Инегалитэций симпле

Пентру фиекаре дин челе патру инегалитэць дин колоана дин стынга кореспунде уна дин солуциile дин колоана дин дряпта. Стабилиць о кореспонденцэ ынтре инегалитэць ши солуциile лор.

ИНЕГАЛИТАТЕ	**СОЛУЦИЙ**
А) $\log_2 x > 0$	1) 
Б) $2^{-x} > 2$	2) 
В) $\dfrac{x}{x-1} < 0$	3) 
Г) $\dfrac{1}{x(x-1)} > 0$	4) 

Скриець ын рэспунс чифреле, аранжынду-ле ын ординя, кореспунзэтор литерелор:

А	Б	В	Г

Резолваре.

Резолвэм инекуациile:

А) $\log_2 x > 0 \Leftrightarrow \log_2 x > \log_2 1 \Leftrightarrow x > 1$

Б) $2^{-x} > 2 \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^1 \Leftrightarrow -x > 1 \Leftrightarrow x < -1$

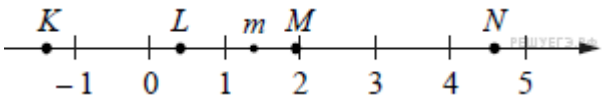
В) $\dfrac{x}{x-1} < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

Г) $\dfrac{1}{x(x-1)} > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 0, \\ x > 1. \end{array}\right.$

Рэспунс: 3241.

сау

Пе дряптэ есте нотат нумэрул *m* ши пунктеле *K, L, M* ши *N*.



ПУНКТЕ	**НУМЭР**
А) ***K***	1) $6 - m$
Б) ***L***	2) m^2
В) ***M***	3) $m - 1$
Г) ***N***	4) $-\dfrac{2}{m}$

Скриець ын рэспунс чифреле, аранжынду-ле ын ординя, кореспунзэтор литерелор:

А	Б	В	Г

Резолваре.

Обсервэм, кэ $1 < m < 2,$ реесе,

$$4 < 6 - m < 5,\ 1 < m^2 < 4,\ 0 < m - 1 < 1,\ -2 < -\frac{2}{m} < -1.$$

Рэспунс: 4321.

Ну уйтаць сэ трансфераць тоате рэспунсуриле ын формуларул ку рэспунсурь № 1

ПАРТЯ 2

Рэспунсул ла ынсэрчинэриле 13–16 требуе сэ фие ун нумэр ынтрег сау фракцие зечималэ финитэ. Рэспунсул требуе скрис ын формуларул ку рэспунсурь №1 ын партя дряптэ де ла нумэрул ынсэрчинэрий ындеплините, ынчепынд ку примул пэтрэцел. Фиекаре чифрэ, семн минус ши виргулэ скриець ын пэтрэцел апарте ын кореспундере ку моделеле арэтате ын формулар. Унитэциле де мэсурэ ну есте нечесар де скрис.

13. Калкуле ши трансформэрь

Афлаць *61a-11b+50*, дакэ $\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5}=9$

Резолваре.

Ефектуэм трансформэриле:

$$\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5}=9 \Rightarrow 2a-7b+5=63a-18b+45 \Rightarrow 61a-11b+40=0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 61a-11b+50=10.$$

Рэспунс: 10.

сау

Афлаць валоаря експресией $\frac{(\sqrt{13}+\sqrt{7})^2}{10+\sqrt{91}}$

Резолваре.

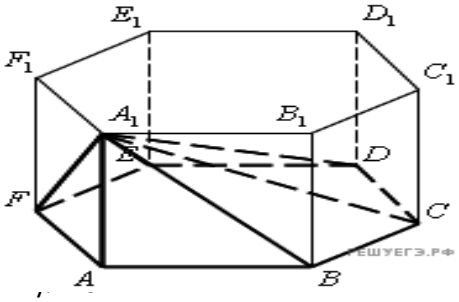
Ефектуэм трансформэриле:

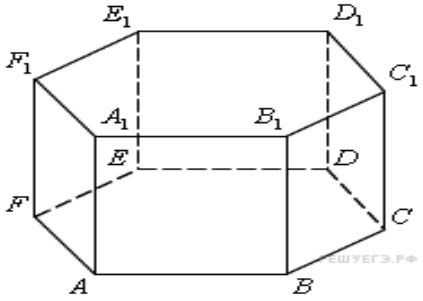
$$\frac{(\sqrt{13}+\sqrt{7})^2}{10+\sqrt{91}}=\frac{13+2\sqrt{91}+7}{10+\sqrt{91}}=\frac{20+2\sqrt{91}}{10+\sqrt{91}}=\frac{2(10+\sqrt{91})}{10+\sqrt{91}}=2.$$

Рэспунс: 2.

14. Стереометрия.

Гэсиць волумул полиедрулуй, вырфуриле кэруй сынт пунктеле *A, B, C, D, E, F,* A_1 призмей хексагонале регулате $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ ария базей кэрей есте егалэ ку 4, яр мукия латералэ есте егалэ ку *3*.





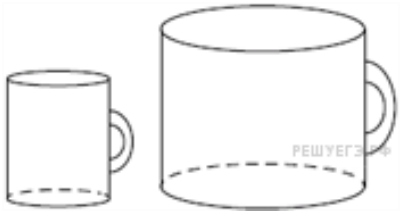
Резолваре.

База пирамидей есте ачеяшь ка ши база призмей хексагонале, ши ынэлцимя лор есте комунэ. Прин урмаре

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3}S_{\text{пир}}h_{\text{пир}} = \frac{1}{3}S_{\text{пр}}h_{\text{пр}} = \frac{1}{3}\cdot 4\cdot 3 = 4.$$

Рэспунс: 4.

сау



Сынт дате доуэ кэнь де формэ чилиндрикэ. Прима канэ есте де 1,5 орь май жоасэ декыт а доуа, яр а доуа есте де доуэ орь май латэ декыт прима. Де кыте орь волумул кэний а доуа есте май маре декыт волумул примей кэнь?

Резолваре.

Волумул чилиндрулуй се калкулязэ дупэ формула $V = \pi r^2 h.$ Волумул ла прима канэ есте егал ку $V_1 = \pi r_1^2 h_1$, волумул ла кана а доуа есте егал $V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi(2r_1)^2\frac{3}{2}h_1 = 6\pi r_1^2 h_1 = 6V_1.$ Реесэ, волумул ла кана а доуа есте де шасе орь май маре декыт волумул ла прима канэ.

Рэспунс: 6.

15. *Валоаря чя май маре ши чя май микэ а функцией.*

Афлаць валоаря чя май микэ а функцией $\mathbf{y = 4\,tg}x - 4x - \pi + 5$ пе сегментул $\left[-\frac{\pi}{4};\ \frac{\pi}{4}\right]$.

Резолваре.

Афлэм деривата функцией дате:

$$y' = \frac{4}{\cos^2 x} - 4 = 4\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) = 4\,\text{tg}^2 x.$$

Деривата афлатэ есте ненегативэ пе сегментул дат, функция датэ креште пе ел, де ачея валоаря чя май микэ а функцией пе сегмент есте

$$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 4\,\text{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 4\cdot\frac{\pi}{4} - \pi + 5 = 1.$$

Рэспунс: 1.

сау

Афлаць пунктул де миним ал функцией $\mathbf{y = 3x - \ln(x+3)^3}$.

Резолваре.

Обсервэм, кэ $y = 3x - 3\ln(x+3).$

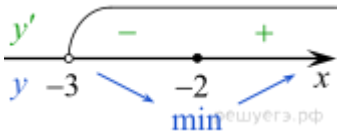
Домениул де дефиницие ал функцией— интервал дескис $(-3;+\infty).$

Афлэм деривата функцией дате: $y'(x) = 3 - \frac{3}{x+3}.$

Афлэм зероуриле дериватей: $3 - \frac{3}{x+3} = 0 \Leftrightarrow x = -2.$

Пунктул афлат апарцине интервалулуй $(-3;+\infty).$

Детерминэм семнеле дериватей функцией ши арэтэм пе десен компортаря функцией:



Пунктул миним кэутат есте $x = -2$.
Рэспунс: −2.

16. Пробабилитатя евениментелор компусе.

Ын магазин сынт доуэ терминале де платэ. Фиекаре дин ел поате фи ку дефект ку пробабилитатя де 0,05, индепендент де челэлалт. Афлаць пробабилитатя кэ чел пуцин ун терминал сэ фие функционал.

Резолваре:

1) Терминалеле функционязэ индепендент унул де челэлалт. Пробабилитатя кэ фиекаре ва фи нефункционал есте 0,05.
Калкулэм пробабилитатя кэ амбеле терминале сэ се стриче де одатэ:
Р(амбеле нефункционале) = 0,05 × 0,05 = 0,0025.
2) Евениментул «чел пуцин ун терминал есте функционал» есте опус евениментулуй «амбеле сынт нефункционале». Сума пробабилитэцилор лор есте ынтотдяуна егалэ ку 1. Калкулэм пробабилитатя черутэ: Р(чел пуцин ун терминал фкнкционал) = 1 − 0,0025 = 0,9975.
Рэспунс: 0,9975.

Сау

Ын кутие сынт патру крейоане албастре ши шасе верзь. Крейоанеле сынт екстрасе пе рынд, ынтр-ун мод ынтымплэтор. Каре есте пробабилитатя кэ прима датэ крейонул верде ва апэря ла а трея екстражере?

Резолваре.

1) Пентру ка примул крейон верде сэ апарэ ла а трея екстражере, примеле доуэ крейоане екстрасе требуе сэ фие албастре, яр ал трейля сэ фие верде.
Комбинация черутэ есте: Албастру — Албастру — Верде.
2) Пробабилитатя пентру примул крейон албастру.
Инициал, ын кутие сынт 4 крейоане албастре ши 6 верзь, ын тотал 10 крейоане.
Пробабилитатя де а скоате примул крейон албастру есте: $P_1 = \frac{4}{10}$.
3) Пробабилитатя пентру ал дойля крейон албастру.
Дупэ прима етапэ, ын кутие рэмын 9 крейоане, динтре каре 3 сынт албастре.
Пробабилитатя де а екстраже ынкэ ун крейон албастру есте: $P_2 = \frac{3}{9}$.
4) Пробабилитатя кэ ал трейля крейон сэ фие верде
Ын кутие ау май рэмас 8 крейоане, яр тоате челе 6 крейоане верзь ынкэ се афлэ ын кутие. Пробабилитатя де а екстраже ун крейон верде есте: $P_3 = \frac{6}{8}$
5) Калкуляря пробабилитэций тотале.
Деоарече евениментеле се петрек сукчесив , унул дупэ алтул, пробабилитэциле лор требуе ынмулците: $P=P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = 0{,}1$
Астфел, пробабилитатя кэ примул крейон ва апэря ла а трея екстражере есте 0,1.
Рэспунс: 0,1.

Ну уйтаць сэ трансфераць тоате рэспунсуриле ын формуларул ку

рэспунсурь № 1

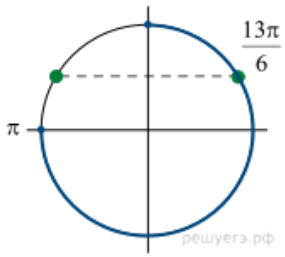
Пентру а скри резолвэриле ши рэспунсуриле ла ынсэрчинэриле 17-21 фолосиць ФОРМУЛАРУЛ КУ РЭСПУНСУРЬ №2. Скриець май ынтый нумэрул ынсэрчинэрий ындеплините (17,18 ши а.м.д.), яр апой резолваря комплетэ ку лэмурире ши рэспунс. Рэспунсуриле скриець клар ши читец.

17. ***Екуаций, системе де екуаций***

а) Резолваць екуация : $4\cos^2 x + 4\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) - 1 = 0$.

б) Гэсиць тоате рэдэчиниле екуацией дате, че апарцин сегментулуй $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

Резолваре.



а) Скрием екуация суб форма

$$4-4\sin^2 x-4\sin x-1=0 \Leftrightarrow 4\sin^2 x+4\sin x-3=0.$$

Общинем, сау $\sin x=-\frac{3}{2}$ — екуация н-аре рэдэчинь, сау $\sin x=\frac{1}{2}$, де унде $x=\frac{\pi}{6}+2\pi k, x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$.

б) Ку ажуторул чиркумференцей нумериче селектэм рэдэчиниле екуацией, каре апарцин сегментулуй $\left[\pi, \frac{5\pi}{2}\right]$. Общинем нумэрул $\frac{13\pi}{6}$.

Рэспунс: а) $\frac{\pi}{6}+2\pi n, \frac{5\pi}{6}+2\pi n, n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{13\pi}{6}$.

сау

а) Резолваць екуация $27^x - 5\cdot 9^x - 3^{x+2} + 45 = 0$

б) Гэсиць тоате рэдэчиниле екуацией дате, че апарцин сегментулуй $[\log_3 4; \log_3 10]$.

Резолваре.

а) Дескомпунем партя стынгэ ын фактorь:

$$27^x-5\cdot 9^x-3^{x+2}+45=0 \Leftrightarrow 27^x-5\cdot 9^x-9\cdot 3^x+45=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9^x(3^x-5)-9(3^x-5)=0 \Leftrightarrow (3^x-5)(9^x-9)=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 3^x=5, \\ 9^x=9 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=\log_3 5, \\ x=1. \end{bmatrix}$$

б) Деоаречe $1<\log_3 4<\log_3 5<\log_3 10$, сегментулуй $[\log_3 4;\ \log_3 10]$ ый апарцине нумай солуция $\log_3 5$.

Рэспунс: а) $\{1;\ \log_3 5\}$, б) $\log_3 5$.

Обсервацие.

Се поате ефектуа субституция $t=3^x$, се обцине екуация, каре се резолвэ прин дескомпунеря ын фактorь:

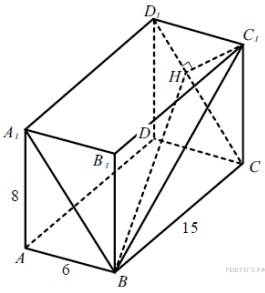
$$t^3-5t^2-9t+45=0 \Leftrightarrow (t^2-9)(t-5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=5, \\ t=\pm 3. \end{array}\right.$$

Ревенинд ла вариабила инициалэ общинем солуция.

18. ***Унгюрь ши дистанце ын спациу***

Ын паралелепипедул дрептунгик $ABCDA_1B_1C_1D_1$ гэсиць унгюл динтре планул A_1BC ши дряпта BC_1, дакэ $AA_1 = 8$, $AB = 6$, $BC = 15$.

Резолваре.



Секциуня ку планул A_1BC есте дрептунгюл A_1BCD_1 Дин пунктул C_1 коборым перпендикулара C_1H кэтре CD_1. BH — проекция BC_1 пе планул A_1BC. Реесе, требуе афлат унгюл C_1BH. Ын триунгюл дрептунгик D_1C_1C афлэм:

$$C_1H = \frac{D_1C_1 \cdot C_1C}{D_1C} = \frac{24}{5}.$$

Ын триунгюл дрептунгик BCC_1 афлэм: $BC_1 = 17$.

Ын триунгюл дрептунгик C_1HB афлэм:

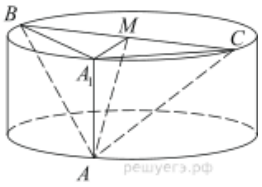
$$\sin B = \frac{C_1H}{BC_1} = \frac{24}{85}.$$

Рэспунс: $\arcsin\frac{24}{85}$.

сау

Ынэлцимя чилиндрулуй есте егалэ ку 5. Триунгюл исосчел ABC ку латура латералэ 14 ши $\angle A = 120°$ есте ашезат ын аша мод, кэ вырфул луй A се афлэ пе чиркумферинца базей де жос а чилиндрулуй, яр вырфуриле B ши C — пе чиркумферинца базей де сус. Гэсиць унгюл динтре планул ABC ши планул базей чилиндрулуй.

Резолваре.



Фие AA_1 — женератоаря чилиндрулуй, M — мижлокул коардей BC. Атунч AM=AB·cos 60° = 7. Триунгюриле ABA_1 ши ACA_1 сынт егале дупэ ипотенузэ ши катетэ. Ынсямнэ, $BA_1 = A_1C$. Ын триунгюриле исосчеле BAC ши BA_1C медианеле AM ши A_1M сынт ынэлцимь. Деачея унгюл кэутат динтре плане есте егал ку унгюл $\angle AMA_1$. Ын триунгюл дрептунгик AMA_1 авем:

$$\sin\angle AMA_1 = \frac{AA1}{AM} = \frac{5}{7}, \qquad \angle AMA_1 = \arcsin\frac{5}{7}.$$

Рэспунс: $\arcsin\frac{5}{7}$.

19. Инекуаций.

Резолваць инекуация: $\dfrac{320-4^{-x-1}}{128-2^{-x}} \geq 2{,}5.$

Резолваре.

Ефектуэм субституция $y = 2^{-x}$.

$$\frac{320-0{,}25y^2}{128-y} \geq 2{,}5 \Leftrightarrow \frac{-0{,}25y^2+2{,}5y}{128-y} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{0{,}25y(y-10)}{128-y} \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 \leq y \leq 10 \\ y > 128. \end{array}\right.$$

Атунч $0 \le 2^{-x} \le 10$ сау $2^{-x} > 128$, де унде афлэм мулцимя солуциилор инекуацией: $(-\infty, -7) \cup [-\log_2 10, +\infty)$.

Рэспунс: $(-\infty, -7) \cup [-\log_2 10, +\infty)$.

Сау

Резолваць инекуация: $\log_2(x^2-4) - 3\log_2 \dfrac{x+2}{x-2} > 2.$

Резолваре.

Домениул де дефиниције констэ дин доуэ интервале: сау $x > 2$, сау $x < -2$. Пе фиекаре дин еле логаритмул кытулуй поате фи репрезентат суб формэ де диференцэ де логаритмь.

Дакэ $x > 2$, атунч:

$$\log_2(x+2)+\log_2(x-2)-3\log_2(x+2)+3\log_2(x-2) > 2 \Leftrightarrow \log_2(x+2)-2\log_2(x-2) < -1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \log_2 2(x+2) < \log_2(x-2)^2 \Leftrightarrow 2x+4 < (x-2)^2 \Leftrightarrow x^2-6x > 0 \Leftrightarrow x(x-6) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 0, \\ x > 6. \end{array}\right.$$

Цинынд конт кэ $x > 2$, общинем: $x > 6$.

Дакэ $x < -2$, атунч:

$$\log_2(-x-2)+\log_2(-x+2)-3\log_2(-x-2)+3\log_2(-x+2) > 2 \Leftrightarrow \log_2(-x-2)-2\log_2(2-x) < -1 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \log_2 2(-x-2) < \log_2(2-x)^2 \Leftrightarrow -2x-4 < (2-x)^2 \Leftrightarrow x^2-2x+8 > 0.$$

Инегалитатя общинутэ есте адевэратэ пентру орьче x.

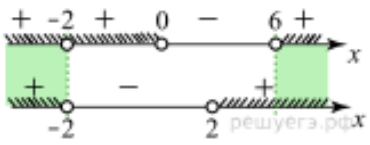
ЫН аша фел, солуция инекуаций инициале есте: $(-\infty;\ -2) \cup (6;\ +\infty)$.

Рэспунс: $(-\infty;\ -2) \cup (6;\ +\infty)$.

Презентэм о алтэ методэ де резолваре.

ЫНтродучем 3 суб семнул логаритмулуй ши фолосим формула диференцей логаритмилор:

$$\log_2(x^2-4) - 3\log_2 \frac{x+2}{x-2} > 2 \Leftrightarrow \log_2(x^2-4) - \log_2 \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^3 > 2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 \dfrac{(x-2)^4(x+2)}{(x+2)^3} > 2, \\ x^2-4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{(x-2)^4}{(x+2)^2} > 4, \\ x^2-4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{(x-2)^4-4(x+2)^2}{(x+2)^2} > 0, \\ x^2-4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{(x^2-6x)(x^2-2x+8)}{(x+2)^2} > 0, \\ x^2-4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -2, \\ x > 6 \end{array}\right.$$

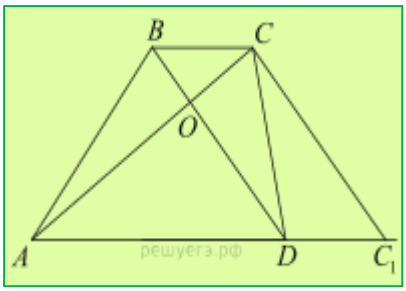


Рэспунс: $(-\infty;\ -2) \cup (6;\ +\infty)$.

20. Проблеме дин планиметрие

Есте дат трапезул ку диагоналеле егале ку 8 ши 15.
Сума базелор есте егалэ ку 17.
а) Демонстраць, кэ диагоналеле сынт перпендикуларе.
б) Афлаць ария трапезулуй.

Резолваре.



а) Прин пунктул C конструим о дряптэ паралелэ ку BD. Ла интерсекция ачестей дрепте ку дряпта AD маркэм пунктул C_1, BCC_1D — паралелограм.
Ын триунгюл ACC_1: $AC = 15$, $CC_1 = BD = 8$, $AC_1 = AD + DC_1 = 17$.
Обсервэм, кэ $AC^2 + CC_1^2 = AC_1^2$ деоарече $289 = 225 + 64$, конформ теоремей инверсе, а теоремей луй Питагора, триунгюл ACC_1 — дрептунгик, унгюл ACC_1 дрепт. Атунч унгюл COD есте дрепт, чея че требуя де демонстрат.

б) $$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 60.$$

Рэспунс: б) 60.

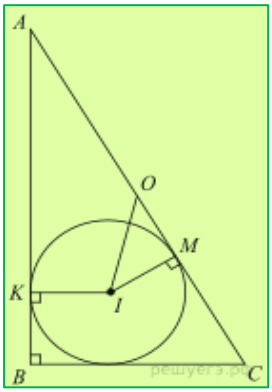
сау

Ын триунгюл ABC есте ынскрисэ о чиркумферинцэ де раза R, танжентэ ла латура AC ын пунктул M, ынкыт $AM = 5R$ ши $CM = 1{,}5R$.

а) Демонстраць, кэ триунгюл ABC есте дрептунгик.

б) Афлаць дистанца динтре центрул чиркумферинцей ынскрисе ши чиркумскрисе луй, дакэ се штие, кэ $R = 4$.

Резолваре.



а) Фие чиркумферинца ынскрисэ есте танжентэ латурий AB ын пунктул K. Нотэм $BK = x$. Фие S — ария триунгюлуй, p — семипериместрул. Атунч

$$p = 5R + 1{,}5R + x = 6{,}5R + x, \qquad S = pR = R(6{,}5R + x).$$

Пе де алтэ парте, конформ формулей луй Херон

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = \sqrt{(6{,}5R+x)\cdot 5R \cdot 1{,}5R \cdot x} = R\sqrt{7{,}5x(6{,}5R+x)}.$$

Дин екуация $$R(6{,}5R + x) = R\sqrt{7{,}5x(6{,}5R+x)}$$

обцинем, кэ $R = x$. Латуриле триунгюлуй ABC сынт егале ку $6{,}5R$, $6R$ ши $2{,}5R$, прин урмаре, ачест триунгь есте дрептунгик ку унгюл дрепт де ла вырфул B.

б) Фие I ши O — центрул респектив а чиркумферинцей ынскрисе ши чиркумскрисе триунгюлуй ABC. Пунктул O — мижлокул ипотенузей $AC = 6{,}5R = 26$, ши $OM = CO - CM = 13 - 1{,}5R = 7$.

Атунч $$IO = \sqrt{OM^2 + MI^2} = \sqrt{7^2 + R^2} = \sqrt{65}.$$

Рэспунс: б) $\sqrt{65}$

21. Екуаций, инекуаций ши системеле лор ку параметри

Гэсиць тоате валориле параметрулуй a, пентру фиекаре динтре каре екуация $\frac{5a}{a-3} \cdot 7^{|x|} = 49^{|x|} + \frac{6a+7}{a-3}$ аре екзакт доуэ рэдэчинь диферите.

Резолваре.

Фие $7^{|x|} = t$, $t \geq 1$. Дакэ $t > 1$, атунч $|x| = \log_7 t \Leftrightarrow x = \pm \log_7 t$ — доуэ рэдэчинь. Дакэ $t = 1$, атунч $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$ — уника рэдэчинэ.

Нотэм $f(t) = t^2 - \frac{5a}{a-3} \cdot t + \frac{6a+7}{a-3}$

Екуация инициалэ аре екзакт доуэ рэдэчинь атунч ши нумай атунч, кынд екуация $f(t)=0$ аре екзакт о рэдэчинэ май маре декыт 1.

Екуация $t^2-\frac{5a}{a-3}\cdot t+\frac{6a+7}{a-3}=0$ аре екзакт о рэдэчинэ, дакэ дискриминантул есте егал ку зеро:

$$\left(\frac{5a}{a-3}\right)^2-4\cdot\frac{6a+7}{a-3}=0\Leftrightarrow\frac{a^2+44a+84}{(a-3)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-2,\\a=-42.\end{array}\right.$$

Пентру $a=-2$ екуация $t^2-2t+1=0$ аре о сингурэ рэдэчинэ $t=1$. Ын ачест каз екуация инициалэ аре о сингурэ рэдэчинэ $x=0$.

Пентру $a=-42$ екуация $t^2-\frac{14}{3}\cdot t+\frac{49}{9}=0$ аре о сингурэ рэдэчинэ $t=\frac{7}{3}$. Ын ачест каз екуация инициалэ аре доуэ рэдэчинь.

Графикул функцией $f(t)$ есте о параболэ, ку рамуриле ориентате ын сус. Пентру ка екуация $f(t)=0$ сэ айбэ доуэ рэдэчинь, уна дин каре есте май маре ка 1, яр алта май микэ декыт 1, есте нечесар ши суфичиент, сэ сэ ындеплиняскэ инегалитатя

$$f(1)<0\Leftrightarrow 1-\frac{5a}{a-3}+\frac{6a+7}{a-3}<0\Leftrightarrow\frac{2a+4}{a-3}<0\Leftrightarrow -2<a<3.$$

Рэспунс: $a=-42,\ -2<a<3$.

Сау

Гэсиць тоате валориле параметрулуй *a*, пентру фиекаре динтре каре системул $\begin{cases}(a-1)x^2+2ax+a+4\le 0,\\ ax^2+2(a+1)x+a+1\ge 0\end{cases}$ аре о уникэ солуцие.

Резолваре.

Солуция системулуй поате фи уникэ ын доуэ казурь.

Казул 1. Уника солуцие есте пунктул де лимитэ пентру мулцимя солуциилор а амбелор инегалитэць. Ын ачест каз уника рэдэчинэ требуе сэ сатисфакэ системул де екуаций

$$\begin{cases}(a-1)x^2+2ax+a+4=0,\\ ax^2+2(a+1)x+a+1=0.\end{cases}$$

Скэзынд прима екуацие дин а доуа, обцинем:

$$x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1,\\x=-3.\end{array}\right.$$

Дакэ $x=1$, атунч $a+2(a+1)+a+1=0$, чея че ынсямнэ кэ, $a=-\frac{3}{4}$. Пентру ачастэ валоаре але луй a системул аре форма:

$$\begin{cases}-7x^2-6x+13\le 0,\\ -3x^2+2x+1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le-\frac{13}{7},\\x\ge 1.\end{array}\right.,\\ -\frac{1}{3}\le x\le 1.\end{cases}$$

Уника рэдэчинэ $x=1$.

Дакэ $x = -3$, атунч $9a - 6(a+1) + a + 1 = 0$ ши $a = -\frac{5}{4}$. Системул аре форма:

$$\begin{cases} x^2 + 10x + 21 \le 0, \\ 5x^2 + 18x + 9 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7 \le x \le -3, \\ \left[\begin{array}{l} x \le -3, \\ x \ge -\frac{3}{5} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow -7 \le x \le -3.$$

Пентру ачастэ валоаре але луй a системул аре о мулциме де рэдэчинь.

Казул 2. Уна дин инекуаций аре о солуцие уникэ, че сатисфаче чялалтэ инекуацие.

Прима инекуацие аре о солуцие уникэ пентру

$$\begin{cases} a^2 - (a-1)(a+4) = 0, \\ a - 1 > 0. \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}.$$

Прин урмаре прима инекуацие аре о солуцие уникэ $x = -4$ каре сатисфаче инегалитатя а доуа.

А доуа инекуацие аре о солуцие уникэ пентру

$$\begin{cases} (a+1)^2 - a(a+1) = 0, \\ a < 0. \end{cases} \Leftrightarrow a = -1.$$

Прин урмаре инекуация а доуа аре уника солуцие $x = 0$, каре ну сатисфаче прима инекуацие.

Рэспунс: $-\frac{3}{4}$, $\frac{4}{3}$.